

文章编号: 1000-7598-(2014) 06-1801-08

# 堆石料三维边界模型在 FLAC<sup>3D</sup> 中的开发与验证

陶 惠<sup>1,2</sup>, 陈育民<sup>1,2</sup>, 肖 杨<sup>1,2</sup>, 刘汉龙<sup>1,2</sup>

(1. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 南京 210098; 2. 河海大学 土木与交通学院, 南京 210098)

**摘 要:** 堆石料三维边界模型结合了统一非线性强度准则, 可以反映三维应力空间堆石料的应变硬化、软化以及体积收缩和剪胀等传统本构模型难以反映的力学特性。基于三维边界模型的基本理论, 通过 FLAC<sup>3D</sup> 提供的二次开发平台, 在 VC++ 环境下实现了三维边界本构模型的二次开发, 并给出基于 FLAC<sup>3D</sup> 程序的边界本构模型开发的关键步骤、编程要点和调试方法。利用开发的本构模型, 开展了三轴压缩试验的数值模拟计算, 并与理论值进行了对比分析。结果表明, 嵌入在 FLAC<sup>3D</sup> 中的三维边界本构模型能够较好地反映设定试验条件下的材料性能, 而且三维边界本构模型模型参数简单, 都可从常规三轴试验获得, 从而验证了三维边界模型二次开发程序的优越性与合理性。

**关 键 词:** 堆石料; 三维边界本构模型; FLAC<sup>3D</sup>; 二次开发; 验证

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

## Development and verification of 3D bounding surface model for rockfill materials in FLAC<sup>3D</sup>

TAO Hui<sup>1,2</sup>, CHEN Yu-min<sup>1,2</sup>, XIAO Yang<sup>1,2</sup>, LIU Han-long<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** Three-dimensional bounding surface constitutive model for rockfill materials incorporating the general nonlinear strength criterion can well capture such behaviors of rockfill materials as the strain hardening, the post-peak strain softening, and the volumetric strain contraction and expansion in the three-dimensional stress space, which cannot be predicted by the traditional constitutive model proposed before. Based on the theory of 3D bounding surface constitutive model and according to the further developing platform provided by FLAC<sup>3D</sup>, the 3D bounding surface model is successfully developed in FLAC<sup>3D</sup> with VC++ environment; and then key steps, programming essentials and methods of constitutive model's secondary development are given based on FLAC<sup>3D</sup> code. The calculative results of 3D bounding surface model using FLAC<sup>3D</sup> under general triaxial compression tests are compared with the theoretical values. The results are turned out that the calculative results can aptly fit the theoretical values and predict the behaviors of rockfill materials. In particular, model parameters of bounding surface model are simple and can be determined by general triaxial tests. Therefore, we can see that it shows the superiority and reasonableness of 3D bounding surface model's procedure.

**Key words:** rockfill materials; 3D bounding surface constitutive model; FLAC<sup>3D</sup>; further development; verification

## 1 引 言

堆石料能吸收大量地震能量, 并且具有地基适应性广、取材方便的优势, 以及透水性强、压实性能好、抗剪强度高、变形小、地震荷载作用下不易液化等优良性能, 从而被广泛使用于灌溉、发电、洪水控制等工程应用中<sup>[1]</sup>, 基于此, 开展多种应力

条件下堆石料的剪胀性、各向异性以及体积收缩、膨胀等特性研究, 并建立相应的本构模型具有重要的理论研究和工程应用价值。

常用于描述堆石料力学特性的本构模型主要有: 双曲线类型的非线性弹性模型、亚塑性本构模型<sup>[2]</sup>, 基于扰动状态的堆石料本构模型等<sup>[3]</sup>。堆石料在加载过程中会发生颗粒破碎现象, 颗粒破碎对

收稿日期: 2013-07-20

基金项目: 教育部长江学者和创新团队发展计划 (No. IRT1125); 国家自然科学基金 (No. 51379067); 2012 年江苏省“青蓝工程”优秀青年骨干教师项目; 2012 年河海大学优秀创新人才支持计划项目资助。

第一作者简介: 陶惠, 女, 1989 年生, 硕士生, 主要从事堆石料本构模型与数值方法研究。E-mail: irene\_taohui@hotmail.com

于堆石料宏观的剪胀特性、强度特性和应力-应变特性都有较大的影响。在土石坝工程中应用最广的为邓肯双曲线模型。殷宗泽<sup>[4]</sup>详细剖析了邓肯  $E-v$  和  $E-B$  模型的异同点,并讨论了不同模型对泊松比  $\nu$  的影响,研究认为,泊松比对土石坝的应力和变形具有较大的影响,这与肖杨等<sup>[5]</sup>所提出的基于椭圆-抛物双屈服面模型的广义泊松比有相同之处。然而,邓肯双曲线模型并不能反映材料的剪胀性。南水双屈服面模型<sup>[6]</sup>和河海椭圆-抛物双屈服面模型<sup>[7]</sup>考虑了堆石料的剪胀性,以及应力路径对变形的影响,但不能反映各向异性及应变循环累积特性。上述常用模型都是在子午平面上进行推导,然后基于广义 Mises 准则扩展到三维应力空间,因而没有考虑中主应力对应力-应变的影响。因此,不少学者考虑将基本的弹塑性模型用三维屈服破坏准则扩展到一般应力空间<sup>[8-9]</sup>,基于此,肖杨等<sup>[10]</sup>提出了适用于不同粒径的统一性破坏准则,结合堆石料在子午片面和偏平面上破坏准则的研究成果,建立了堆石料的三维统一破坏准则。

堆石料三维界面本构模型是一种非常有前景且应用广泛的本构模型,但目前的商业数值计算软件并没有内置该本构模型程序,需用户对其进行二次开发。FLAC<sup>3D</sup> 是国际通用的岩土工程专业数值分析程序,该程序基于连续介质显示拉格朗日差分法,适合求解非线性的大变形问题,在工程地质学、构造地质学、岩土工程、采矿工程等行业与部门得到了广泛应用。FLAC<sup>3D</sup> 提供了开放的本构模型开发环境,目前,国内外已经开发了多个本构模型,如陈育民等<sup>[14]</sup>开发了 Duncan-Chang 模型,雷小芹等<sup>[15]</sup>开发了界面模型,李英杰等<sup>[16]</sup>考虑变形模量劣化的应变软化模型,姚仰平等<sup>[17]</sup>开发了统一硬化模型等。本文通过显式有限差分程序 FLAC<sup>3D</sup> 预留的 UDM 程序接口,应用 VC++ 编制 DLL 动态链接库文件,在 FLAC<sup>3D</sup> 框架内实现三维界面模型的二次开发,并通过数值计算验证了嵌入程序的正确性及界面模型的优越性<sup>[18]</sup>。

## 2 三维界面模型理论

破坏准则是研究堆石料本构模型的基础,刘汉龙提出的适用于不同粒径的统一性破坏准则,具有较强的适用性,并且可以应用于弹塑性屈服面中。三维界面模型在统一的非线性强度准则上,结合堆石料在子午面和偏平面上破坏准则的研究成果,提出了考虑堆石料破碎率<sup>[19-20]</sup>对应力-应变的影响,描述了三维应力空间堆石料的强度、剪胀和应

力-应变的特性。

### 2.1 统一非线性强度准则

当考虑主应力对土工材料的变形和强度行为的影响时,需要利用合理的强度准则将二维应力空间扩展到三维应力空间<sup>[11]</sup>。界面模型采用类似修正剑桥模型使用的适用于各向同性和交叉各向异性的土工材料的统一非线性强度准则,如图 1 所示。该准则的表达式为

$$\lg\left(\frac{q}{p_a}\right) - n \lg\left(\frac{p}{p_a}\right) - \lg[M_a g(\theta)] = 0 \quad (1)$$

式中:  $p_a$  为大气压;  $n$  为材料参数;  $M_a$  为对应于大气压的强度参数;  $g(\theta)$  为形状函数;  $p$  为平均主应力;  $q$  为偏应力。

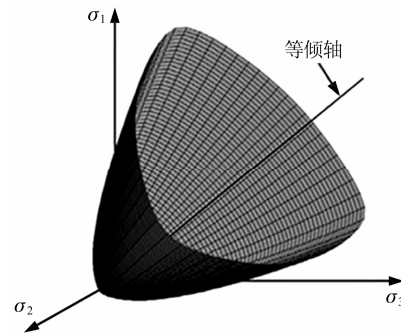


图 1 三维应力空间的统一非线性强度准则<sup>[11]</sup>  
Fig.1 Unified nonlinear strength criterion in three-dimensional stress space<sup>[11]</sup>

只考虑各向同性强度特性情况下,统一非线性强度准则在偏平面内的形状函数表示为<sup>[1]</sup>

$$g(\theta) = \frac{r_\theta}{r_0} \quad (2)$$

式中:  $r_\theta$  和  $r_0$  为内摩擦角的函数,公式参见文献[1]。

### 2.2 界面面

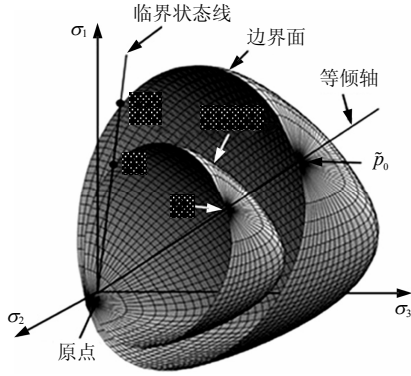
结合非线性强度准则的三维应力空间界面<sup>[11]</sup>如图 2 所示,表达式为

$$\tilde{f}[\tilde{p}, \tilde{q}, \tilde{p}_0, \tilde{p}_A, M, g(\tilde{\theta})] = \frac{(\tilde{p} - \tilde{p}_A)^2}{(\tilde{p}_0 - \tilde{p}_A)^2} + \frac{\tilde{q}^2}{[Mg(\tilde{\theta})\tilde{p}_A]^2} - 1 = 0 \quad (3)$$

式中:  $M$  为强度参数;  $g(\tilde{\theta})=g(\theta)$ ;  $\tilde{p}_A$  为对应于界面峰值点的平均主应力;  $\tilde{p}_0$  为等倾轴和界面的交点,控制界面的变化;  $\tilde{p}$  和  $\tilde{q}$  为象应力,具体公式参见文献[1]。

其中  $M$  具体表达式为

$$M = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (4)$$

图2 三维应力空间的当前面和边界面<sup>[1]</sup>Fig.2 Current and bounding surfaces in three-dimensional stress space<sup>[1]</sup>

### 2.3 相关流动法则

基于相关流动法则,边界面的单位矢量可以分解为  $n_1$ ,  $n_2$  和  $n_3$  3 个量,三维应力空间的塑性流动方向  $n_1$ ,  $n_2$  和  $n_3$  是共线的,表达式为

$$n_{(i)} = df_{(i)} / L_{(\text{应力})}, (1 \leq i \leq 6) \quad (5)$$

式中:  $df_{(i)}$  为 6 个分量的导数;  $L_{(\text{应力})}$  为应力的梯度函数。

边界面变化可以通过塑性体积应变反映并表示为

$$\tilde{p}_0 = \tilde{p}_0^{\text{ini}} e^{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \varepsilon_v^p} \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  为压缩指数;  $\kappa$  为回弹指数;  $e_0$  为初始孔隙比;  $\varepsilon_v^p$  为塑性体积应变; 初始应力参数  $\tilde{p}_0^{\text{ini}}$  与应力历史和当前孔隙比相关;  $\tilde{p}_0^{\text{ini}}$  的值控制边界面的初始大小,具体表达式参见文献[1]。

### 2.4 塑性模量

根据当前应力和硬化准则,塑性模量表达式为

$$H = H_b + H_\omega \quad (7)$$

式中:  $H$  为总塑性模量;  $H_b$  为塑性模量,与边界面变化有关;  $H_\omega$  与当前面和边界面之间距离有关。

根据塑性理论,塑性模量  $H_b$  可以表示为

$$H_b = \frac{4}{L^2} \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \frac{(\rho-\beta)}{(1-\beta)^2} \left[ \frac{(\rho-\beta)\rho}{\tilde{p}_0(1-\beta)^2} + \frac{\rho^2 \eta^2}{\tilde{p}_0 \beta^2 M^2 g^2(\theta)} \right] \quad (8)$$

式中:  $\eta$  为应力比;  $\rho$  为加载标量;  $\beta$  为椭圆轴的比值;  $L$  为模量幅值。  $H_\omega$  与当前面和边界面之间距离有关,此距离可以参数  $\omega$  来体现。因此,  $H_\omega$  可以表示为  $\omega$  的函数如下:

$$H_\omega = \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} h_\omega p \frac{1-\omega}{\omega} \frac{1}{Mg(\theta)} (M_p - \eta) \quad (9)$$

$$M_p = \frac{6 \sin \varphi_p}{3 - \sin \varphi_p} \quad (10)$$

式中:  $\omega$  为当前面大小与边界面大小的初始比率;  $h_\omega$  为模量参数;  $M_p$  为三轴压缩试验下的偏应力峰值与有效平均应力的比值。

总刚度矩阵为

$$D_{ij} = D_{ij}^e - D_{ij}^p \quad (11)$$

式中:  $D_{ij}^e$  为弹性刚度矩阵;  $D_{ij}^p$  为塑性刚度矩阵;  $D_{ij}$  为总刚度矩阵。

## 3 三维界面模型在FLAC<sup>3D</sup>中的开发

### 3.1 FLAC<sup>3D</sup> 计算步骤及二次开发环境

FLAC<sup>3D</sup> 采用混合离散技术,将整个分析区域离散为可由四面体单元组合形成的五面体或六面体等单元。在显式时间差分求解中,所有的矢量参数(力、速度和位移)都储存在网格节点上,所有的标量及张量(应力及材料特性)储存在单元的中心位置。通过运动方程由应力及外力可以求出节点的速度及位移,再由空间导数得出单元应变率,借助于材料的本构关系,由单元应变率可以获得新的单元应力。

FLAC<sup>3D</sup> 采用面向对象的语言标准 C++ 编写而成,其所有的本构模型都是以动态链接库文件(.DLL 文件)的形式提供给用户,在计算过程中主程序会自动调用用户指定的本构模型的动态链接库文件。FLAC<sup>3D</sup> 自定义本构模型的主要功能是对给出的应变增量得到新的应力,模型文件的编写主要包括 5 部分的内容:①基类(class constitutive model)的描述;②成员函数的描述;③模型的注册;④模型与 FLAC<sup>3D</sup> 之间的信息交换;⑤模型状态指示器的描述。将编写好的头文件(.H)和源文件(.CPP),通过编译、调试,生成动态链接库文件(.DLL),再通过 FLAC<sup>3D</sup> 软件进行加载和调用<sup>[18]</sup>。

### 3.2 三维界面模型的离散

在 FLAC<sup>3D</sup> 中所有的本构模型基本上遵从同样的运算法则,即给定  $t$  时刻的应力状态和  $\Delta t$  时间步的总应变增量去决定  $\Delta t$  时间步的应力增量和  $t + \Delta t$  时刻新的应力状态。

相应的主应变增量  $[\Delta \varepsilon_k]_i$  可分解如下:

$$[\Delta \varepsilon_k]_i = [\Delta \varepsilon_k]_i^e + [\Delta \varepsilon_k]_i^p, (i=1,2,3,4,5,6) \quad (12)$$

式(12)中上标 e 和 p 分别指弹性和塑性部分。弹性刚度矩阵  $[D_{kl}^e]_i$  为

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{D}_{kl}^e]_i &= (1-\nu)[\mathbf{D}_E]_i, \text{ for } k=l \\ [\mathbf{D}_{kl}^e]_i &= \nu[\mathbf{D}_E]_i, \text{ for } k \neq l \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式(13)中 $[\mathbf{D}_E]_i$ 表达为

$$[\mathbf{D}_E]_i = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (14)$$

式中： $E$ 为弹性模量；堆石料的泊松比 $\nu$ 为0.25。

设两个相等的六维数组 $a_1(k)$ 、 $a_2(l)$ ，表达式为

$$a_1(k) = a_2(l) = \mathbf{D}(k,1)n_{(1)} + \mathbf{D}(k,2)n_{(2)} + \mathbf{D}(k,3)n_{(3)} + \mathbf{D}(k,4)n_{(4)} + \mathbf{D}(k,5)n_{(5)} + \mathbf{D}(k,6)n_{(6)} \quad (15)$$

$$[H_p]_i = a_2(1)n_{(1)} + a_2(2)n_{(2)} + a_2(3)n_{(3)} + a_2(4)n_{(4)} + a_2(5)n_{(5)} + a_2(6)n_{(6)} \quad (16)$$

$$[H_a]_i = [H]_i + [H_p]_i \quad (17)$$

塑性刚度矩阵为

$$[\mathbf{D}_{kl}^p]_i = \frac{a_1(i)a_2(j)}{[H_a]_i}, (1 \leq k \leq 6, 1 \leq l \leq 6) \quad (18)$$

总刚度矩阵为

$$[\mathbf{D}_{kl}]_i = [\mathbf{D}_{kl}^e]_i - [\mathbf{D}_{kl}^p]_i \quad (19)$$

应力增量为

$$\Delta\sigma_i = [\mathbf{D}_{kl}]_i [\Delta\varepsilon_i]_i \quad (20)$$

定义 $t + \Delta t$ 时刻的应力状态为 $\sigma_{i+1}$ ，则有

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta\sigma_i \quad (21)$$

### 3.3 三维边界面模型开发的程序流程

边界面模型在FLAC<sup>3D</sup>中的实现用到了主应力 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 。主应力和主方向由应力张量确定，并按顺序排列（压应力为负）。程序主体是重载Bouding类的Initialize()和Run()两个成员函数。根据3.2节推导的三维边界面模型差分格式，图3给出了基于FLAC<sup>3D</sup>三维边界面模型开发的流程图，可以用Visual Studio 2010编译器进行程序的编制。

## 4 算例验证

为了验证边界面模型在FLAC<sup>3D</sup>中开发的正确性，用三轴试验的数值模拟来验证开发模型的正确性。边界面模型参数见表1所示。

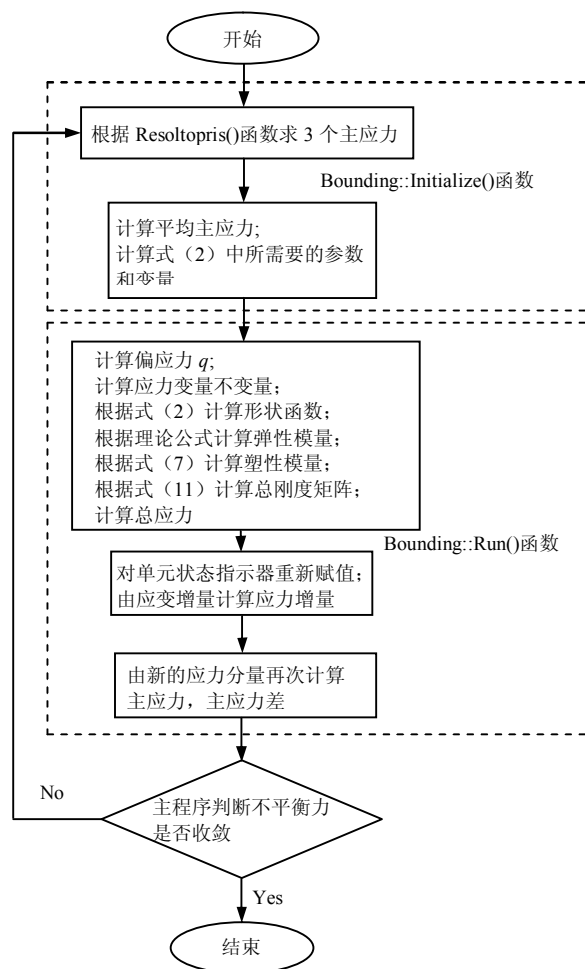


图3 三维边界面模型程序流程图  
Fig.3 Program flowchart of 3D bounding surface model

表1 边界面模型参数

| 压缩参数<br>$\lambda$ | 膨胀参数<br>$\kappa$ | 最大内摩擦角 $\phi_p$<br>/ (°) | 内摩擦角 $\phi$<br>/ (°) | 泊松比 $\nu$ | 各向同性参数 $\alpha$ |
|-------------------|------------------|--------------------------|----------------------|-----------|-----------------|
| 0.055             | 0.001 2          | 50.5                     | 40                   | 0.25      | -0.8            |

首先验证模型参数 $\beta$ 和 $h_w$ 。计算模型尺寸采用边长为1 m的立方体单元，单元底部施加竖向位移约束，周围的4个面采用应力边界条件，模型顶部加载采用速度控制，每级加载 $-1 \times 10^{-6}$  m/步，加载2 000次，每次运行100步，计算收敛的不平衡力比为默认的 $10^{-5}$ ，如图4所示。力学本构模型采用本文开发的边界面模型，计算采用了普通三轴压缩情况（围压条件为400 kPa），初始孔隙比 $e_0$ 为0.3，初始边界面围压 $p_{0i} = 400$  kPa，初始固结压力 $p_c = 2\,000$  kPa，计算结果主要分析应力路径、应力比、总体积应变的变化规律，并与边界面模型的理论值进行对比分析，以验证计算程序的正确性。

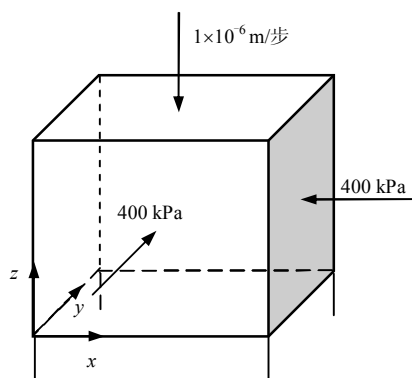


图4 计算模型示意图

Fig.4 Diagram of calculation model

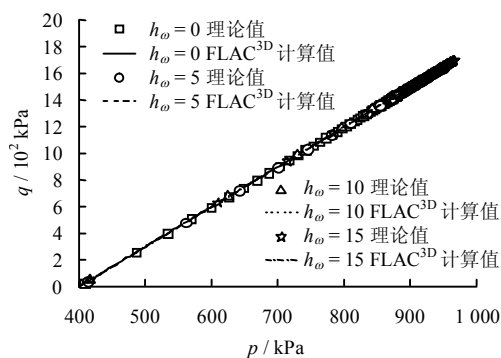
当 $\beta = 0.55$ 、 $\theta = 0^\circ$ 时,  $h_w$ 取不同值, 对比结果见图5(a)~(c)所示。图5(a)曲线为应力路径关系曲线, 曲线基本吻合, 斜率不变。图5(b)为计算得到的应力比与轴向应变关系, 从图中可以看出应变比有峰值点, 此时发生应变软化, 当 $h_w = 0$ 时, 无峰值点发生了应变硬化。图5(c)为计算得到的总体积应变与轴向应变的关系, 从图中可以看出, 总体积先增大后减小, 体积增大表现为体积收缩, 减小至变为负值表现为体积膨胀, 当 $h_w = 0$ 时边界面模

型简化为剑桥模型, 可以看出, 剑桥模型没有反映体积膨胀。因此, 边界面模型反映了应变硬化、应变软化、体积收缩和膨胀的特性。

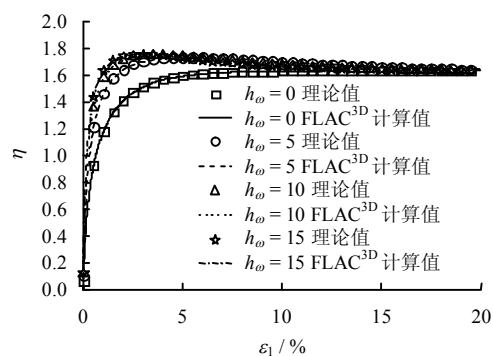
当 $h_w = 15$ 、 $\theta = 0^\circ$ 时,  $\beta$ 取不同值, 对比结果见图6(a)~(c)所示。由图中曲线同样可以看出边界面模型反映了应变硬化、应变软化、体积压缩和膨胀等特性。

其次进行三维验证, 计算模型尺寸采用边长为1 m的单个单元, 单元底部施加竖向位移约束, 周围的4个面采用应力边界条件, 模型顶部加载采用应力控制, 每级加载1 kPa, 加载2 000次, 每次运行100步, 计算收敛的不平衡力为默认的 $10^{-5}$ 。力学模型采用本文的边界面模型, 计算采用了普通三轴压缩情况(围压条件为400 kPa), 初始孔隙比 $e_0$ 为0.3, 初始边界面围压 $p_{0i}$ 为400 kPa, 初始固结压力 $p_c$ 为405 kPa, 计算结果主要分析应力路径、应力比、总体积应变, 并与边界面模型的理论值进行对比分析, 以验证计算程序的正确性。

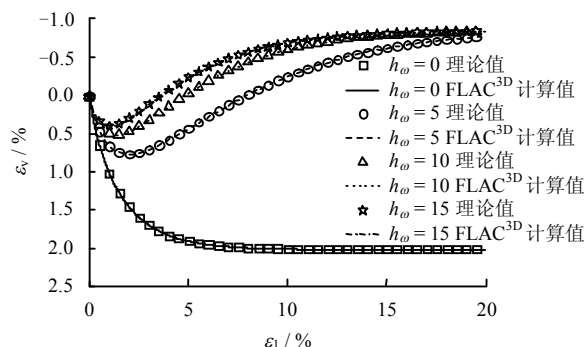
当 $h_w = 1$ 、 $\beta = 0.55$ 时,  $\theta$ 取不同值, 对比结果见图7(a)~(c)所示。



(a) 偏应力-平均主应力曲线

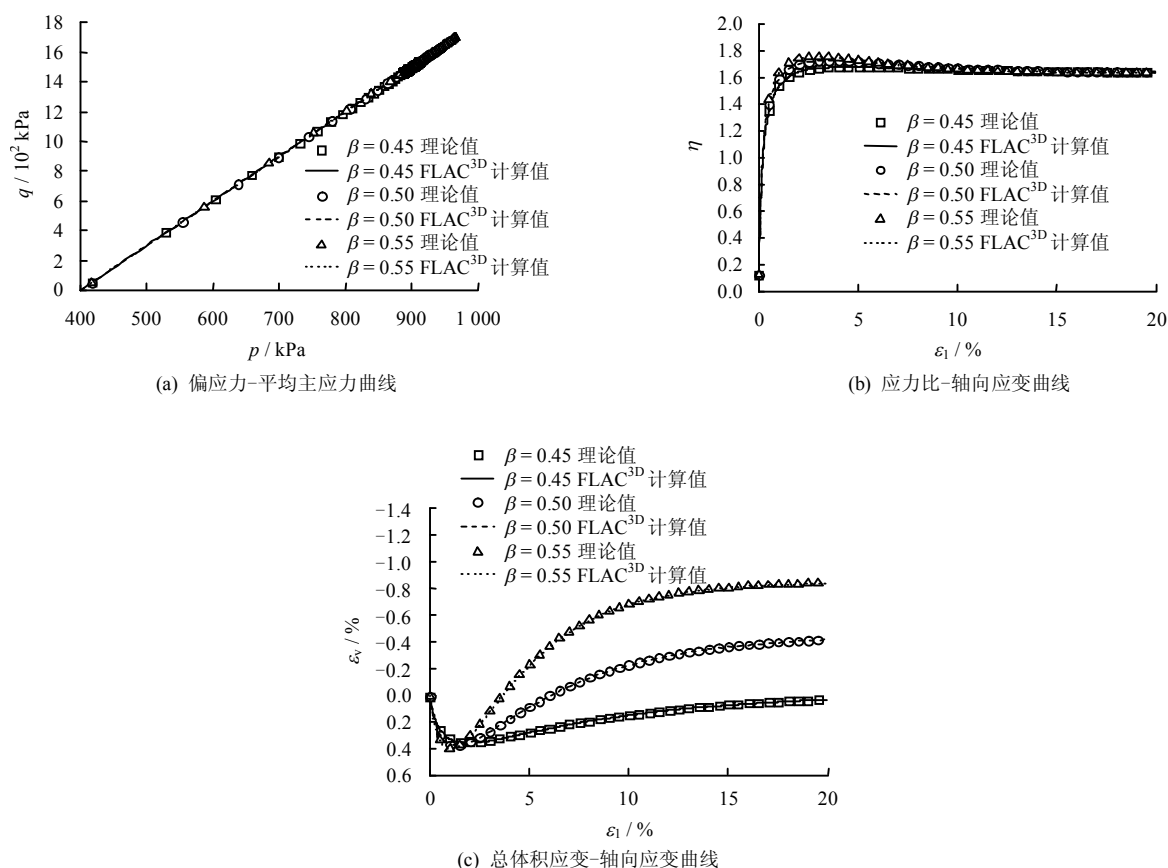
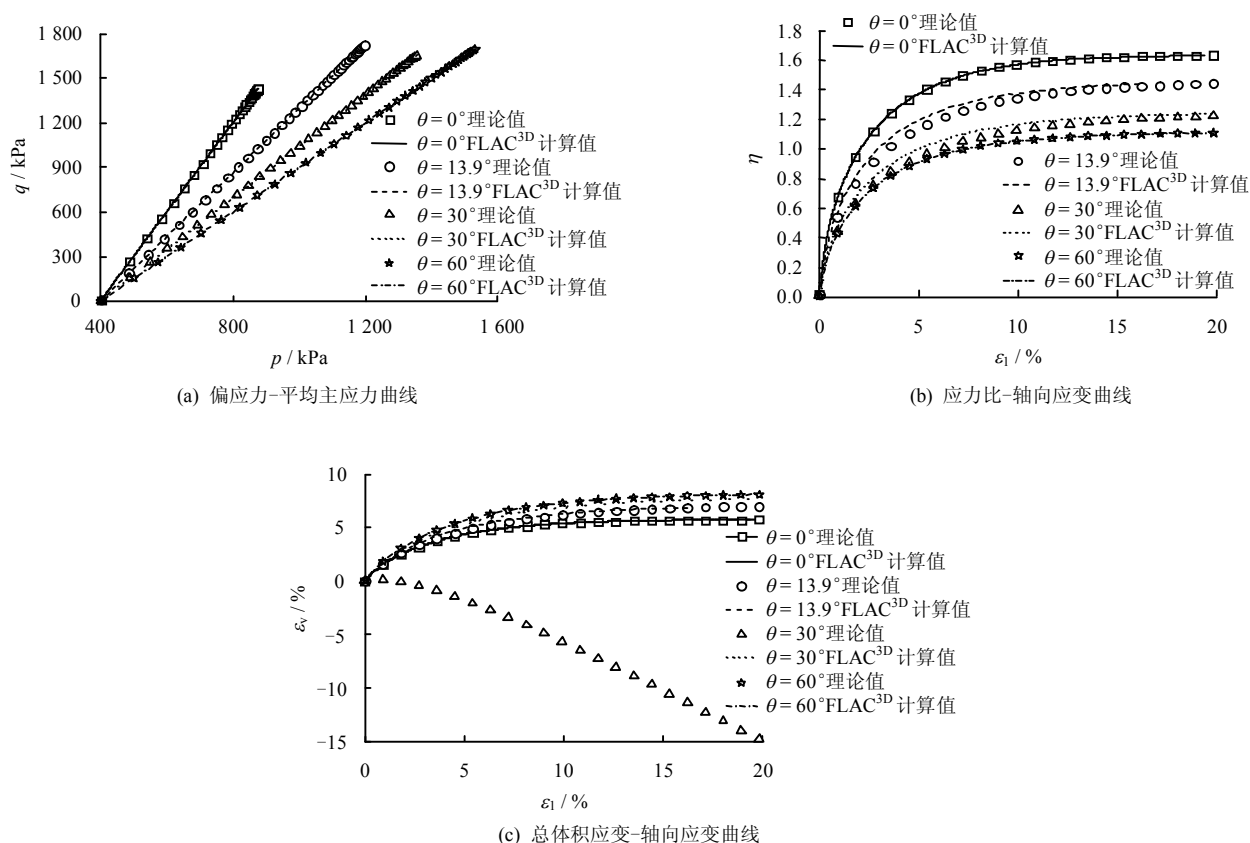


(b) 应力比-轴向应变曲线



(c) 总体积应变-轴向应变曲线

图5 不同 $h_w$ 值对应的理论值与FLAC<sup>3D</sup>计算值对比Fig.5 Comparisons of theoretical values and results calculated by FLAC<sup>3D</sup> with different values of  $h_w$

图6 不同 $\beta$ 对应的理论值与FLAC<sup>3D</sup>计算值对比图Fig.6 Comparisons of theoretical values and results calculated by FLAC<sup>3D</sup> with different values of  $\beta$ 图7 不同 $\theta$ 对应的理论值与FLAC<sup>3D</sup>计算值对比图Fig.7 Comparisons of theoretical values and results calculated by FLAC<sup>3D</sup> with different values of  $\theta$

从以上图中可以看出,FLAC<sup>3D</sup>的计算结果与理论值十分吻合,表明在FLAC<sup>3D</sup>中开发实现的三维界面模型具有很好的正确性和可靠性。

## 5 结 论

(1) 根据增量弹塑性的基本假设以及相关关联的流动法则,基于统一非线性强度准则进行实现三维界面模型在FLAC<sup>3D</sup>中的程序化,并将其以动态链接库文件的方式在FLAC<sup>3D</sup>中得到实现。

(2) 通过在一维压缩和普通三轴压缩条件下数值解与理论解的对比,结果表明,模型的计算结果与理论值十分吻合,验证了三维界面模型的FLAC<sup>3D</sup>计算格式的正确性。

(3) 文中给出了三维界面本构模型实现的流程,可为其他用户进行类似本构模型的开发提供参考与借鉴。

## 参 考 文 献

- [1] XIAO Y, LIU H, ZHU J, et al. Modeling and behaviours of rockfill materials in three-dimensional stress space[J]. *Science China—Technological Sciences*, 2012, 55(10): 2877—2892.
- [2] 栾茂田, 吴兴征, 李相崧. 堆石料的亚塑性界面模型及其验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(2): 164—170.  
LUAN Mao-tian, WU Xing-zheng, LI Xiang-song. Bounding-surface hypoplasticity model for rockfill material and its verification[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, 20(2): 164—170.
- [3] 徐远杰, 潘家军, 楚锡华, 等. 基于扰动状态概念的堆石料本构模型研究[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 154—161.  
XU Yuan-jie, PAN Jia-jun, CHU Xi-hua, et al. Study on constitutive model for rockfill material based on the discussed state concept[J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(6): 154—161.
- [4] 殷宗泽. 高土石坝的应力与变形[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(1): 1—14.  
YIN Zong-ze. Stress and deformation of high earth and rock-fill dams[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(1): 1—14.
- [5] 肖杨, 邓安. 基于椭圆-抛物双屈服面模型的砂-聚苯乙烯颗粒轻质填料应力应变分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(9): 1467—1471.  
XIAO Yang, DENG An. Stress-strain analyses of sand-EPS lightweight-bead fills based on elliptic-parabolic yield surface model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(9): 1467—1471.
- [6] 沈珠江. 南水双屈服面模型及其应用[C]//海峡两岸土力学及基础工程地工技术学术研讨会. 西安: [s. n.], 1994: 152—159.
- [7] 殷宗泽. 一个土体的双屈服面应力-应变模型[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(4): 64—71.  
YIN Zong-ze. Double-yield surface stress-strain model of soil[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1988, 10(4): 64—71.
- [8] MATSUOKA H, YAO Y P, SUN D A. The Cam-Clay models revised by the SMP criterion[J]. *Soils and Foundations*, 1999, 39(1): 81—95.
- [9] YAO Y P, SUN D A. Application of Lade's criterion to cam-clay model[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126: 112—119.
- [10] 肖杨, 刘汉龙, 朱俊高. 一种散粒体材料破坏准则研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(4): 586—591.  
XIAO Yang, LIU Han-long, ZHU Jun-gao. Failure criterion for granular soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, 32(4): 586—591.
- [11] 刘汉龙, 肖杨, 崔允亮. 结构性软土三维弹塑性损伤本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(4): 637—642.  
LIU Han-long, XIAO Yang, CUI Yun-liang. Elasto-plastic damage constitutive model in three-dimensional stress space for structured soft soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, 33(4): 637—642.
- [12] XIAO Y, LIU H, ZHU J, et al. A 3D bounding surface model for rockfill materials[J]. *Science China—Technological Sciences*, 2011, 54(11): 2904—2915.
- [13] 龚纪文, 席先武, 王岳军, 等. 应力与变形的数值模型方法——数值模拟软件FLAC介绍[J]. 华东地质学院学报, 2002, 25(3): 220—227.  
GONG Ji-wen, XI Xian-wu, WANG Yue-jun, et al. Numerical model method of stress and strain-introduce to numerical model software FLAC[J]. *Journal of East China Geological Institute*, 2002, 25(3): 220—227.
- [14] 陈育民, 刘汉龙. 邓肯-张本构模型在FLAC<sup>3D</sup>中的开发与实现[J]. 岩土力学, 2007, 28(10): 2123—2126.  
CHEN Yu-min, LIU Han-long. Development and implementation of Duncan-Chang constitutive model in FLAC<sup>3D</sup>[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007, 28(10): 2123—2126.

- [15] 雷小芹, 杨果林. 界面模型在 FLAC<sup>3D</sup> 中的开发及验证[J]. 岩土力学, 2012, 33(2): 635—640.  
LEI Xiao-qin, YANG Guo-lin. Development and verification of bounding surface model in FLAC<sup>3D</sup>[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(2): 635—640.
- [16] 李英杰, 张顶立, 刘保国. 考虑变形模量劣化的应变软化模型在 FLAC3D 中的开发与验证[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 2): 647—652, 659.  
LI Ying-jie, ZHANG Ding-li, LIU Bao-guo. Development and verification of strain-softening model considering deformation modulus degradation in FLAC<sup>3D</sup>[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(Supp.2): 647—652, 659.
- [17] 姚仰平, 胡贺祥, 侯伟. 统一硬化模型在 FLAC<sup>3D</sup> 中的开发及实现[J]. 工业建筑, 2011, 41(9): 1—7, 62.  
YAO Yang-ping, HU He-xiang, HOU Wen. Development and implementation of unified hardening model in FLAC<sup>3D</sup>[J]. **Industrial Construction**, 2011, 41(9): 1—7, 62.
- [18] 陈育民, 徐鼎平. FLAC/FLAC<sup>3D</sup> 基础与工程实例[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009.
- [19] 刘恩龙, 陈生水, 李国英, 等. 循环荷载作用下考虑颗粒破碎的堆石体本构模型[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 1972—1978.  
LIU En-long, CHEN Sheng-shui, LI Guo-ying, et al. A constitutive model for rockfill materials incorporating grain crushing under cyclic loading [J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(7): 1972—1978.
- [20] 周成, 陈生水, 何建村, 等. 考虑土石料颗粒破碎和密度变化的次塑性本构模型建模方法[J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 2): 18—21.  
ZHOU Cheng, CHEN Sheng-shui, HE Jian-cun, et al. Development of a hypo-plastic model for earth-rock dams considering rock crushing and density changing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(Supp.2): 18—21.
- 上接第 1786 页
- QIN Hui-lai, HUANG Mao-song, MA Shao-kun. Multi-block upper bound method for basal heave stability analysis of braced excavations in clay[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(1): 73—81.
- [3] 杨峰, 阳军生. 浅埋隧道围岩压力确定的极限分析方法[J]. 工程力学, 2008, 25(7): 179—184.  
YANG Feng, YANG Jun-sheng. Limit analysis method for determination of earth pressure on shallow tunnel[J]. **Engineering Mechanics**, 2008, 25(7): 179—184.
- [4] 杨峰, 阳军生, 赵炼恒. 浅埋隧道工作面破坏模式与支护反力研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 279—284.  
YANG Feng, YANG Jun-sheng, ZHAO Lian-heng. Collapse mechanism and support pressure for shallow tunnel face[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(2): 179—184.
- [5] YANG F, YANG J S. Stability of shallow tunnel using rigid blocks and finite-element upper bound solutions[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2010, 10(6): 195—212.
- [6] 秦会来, 黄茂松. 双层地基极限承载力的极限分析上限法[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(4): 611—616.  
QIN Hui-lai, HUANG Mao-song. Upper-bound method for calculating bearing capacity of strip footings on two-layer soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(4): 611—616.
- [7] CHEN J, YIN J H, LEE C F. Upper bound limit analysis of slope stability using rigid finite elements and nonlinear programming[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 40: 742—752.
- [8] 殷建华, 陈健, 李焯芬. 考虑孔隙水压力的土坡稳定性的刚体有限元上限分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 273—277.  
YIN Jian-hua, CHEN Jian, LEE Chack-fan. A rigid finite element method for upper bound limit analysis of soil slopes subjected to pore water pressure[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(3): 273—277.
- [9] MILANI G, LOURENCO P B. A discontinuous quasi-upper bound limit analysis approach with sequential linear programming mesh adaptation[J]. **International Journal of Mechanical Sciences**, 2009, 51: 89—104.
- [10] HAMBLETON J P, SLOAN S W. A perturbation method for optimization of rigid block mechanisms in the kinematic method of limit analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2013, 48: 260—271.
- [11] YAMAMOTO K, LYAMIN A V, WILSON D W, et al. Stability of a circular tunnel in cohesive-frictional soil subjected to surcharge loading[J]. **Computers and Geotechnics**, 2011, 38: 504—514.